

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ АЕРОНАВІГАЦІЇ ЕЛЕКТРОНІКИ ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ  
КАФЕДРА АЕРОКОСМІЧНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

ДОПУСТИТИ ДО  
ЗАХИСТУ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Мельник Ю.В.

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

(ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА)

ВИПУСКНИКА ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ

“БАКАЛАВР”

Тема: Параметричний синтез законів управління рухомим об'єктом

Виконавець: \_\_\_\_\_ Савчук В.О.

Керівник: \_\_\_\_\_ Абрамович О.О.

Нормоконтролер: \_\_\_\_\_ Дивнич М.П.

Київ 2023

# НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет аеронавігації електроніки та телекомунікацій

Кафедра аерокосмічних систем управління

Спеціальність 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Мельник Ю.В.

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 р.

## ЗАВДАННЯ

на виконання кваліфікаційної роботи

Савчука Віталія Олександровича

(прізвище, ім'я, по батькові випускника в родовому відмінку)

1. Тема кваліфікаційної роботи: Параметричний синтез законів управління рухомим об'єктом, затверджена наказом ректора від 22.05.2023р
2. Термін виконання роботи: з 22 травня 2023 року по 25 червня 2023 року
3. Вихідні дані до роботи: \_\_ математична модель БПЛА , задана в часовій області матрицями  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$
4. Зміст пояснювальної записки: Особливості БПЛА як об'єкта дослідження. Постановка задачі. Обґрунтування методу модального управління. Практичне використання методу модального управління та розширення для робастної стійкості дискретних систем управління малим БПЛА. Список використаної літератури.
5. Перелік ілюстративного матеріалу презентації: Актуальність теми дослідження , Математична модель об'єкта управління, Розширення області робастної стійкості ЦСУ БПЛА, Математичні результати, Структурна схема бічного каналу, Основні результати кваліфікаційної роботи

## 6. Календарний план-графік

№ пор.	Завдання	Термін виконання	Відмітка про виконання
1	Вступ	22.05.2023- 24.05.2023	
2	Робота над методами та алгоритмами проектування робастних дискретних систем управління для широкого класу об'єктів, зокрема для БПЛА. Визначення проблеми	25.05.2023- 29.05.2023	
3	Підготовка розділів 1-3 Кваліфікаційної роботи, пошук джерел інформації	30.05.2023- 04.06.2023	
4	Розробка методів та алгоритмів знаходження початкового наближення вектора змінних параметрів автопілота методом модального управління для дискретної системи	05.06.2023- 20.06.2023	
5	Оформлення пояснювальної записки. Висновки	21.06.2023- 25.06.2023	

7. Дата видачі завдання: “\_22\_”\_травня\_ 2023 р.

Керівник кваліфікаційної роботи \_\_\_\_\_ Абрамович О.О.  
(підпис керівника) (П.І.Б.)

Завдання прийняв до виконання \_\_\_\_\_ Савчук В.О.  
(підпис випускника) (П.І.Б.)

## РЕФЕРАТ

Текстова частина роботи містить 57 стор., 2 рис., 2 табл..

**Об'єкт дослідження** – системи управління аерокосмічними рухомими об'єктами, зокрема безпілотними літальними апаратами (БПЛА).

**Предмет дослідження** – методи та алгоритми проектування робастних дискретних систем управління для широкого класу об'єктів, зокрема для БПЛА

**Мета роботи** – розробка науково-обґрунтованих методик та алгоритмічного і програмного забезпечення модального управління дискретних систем управління рухом БПЛА.

**Методи дослідження** ґрунтуються на основі сучасних методів аналізу, синтезу і моделювання систем управління

У роботі проведено дослідження системи управління малого БПЛА, розроблено метод та алгоритм знаходження початкового наближення вектора змінних параметрів автопілота методом модального управління для дискретної системи із динамічним зворотнім зв'язком при неповному вимірюванні вектору стану;

Ключові слова: система управління, модальне управління, безпілотний літальний апарат, синтез, оптимізація.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. Особливості БПЛА як об'єкта дослідження.	
Постановка задачі.....	8
1.1. БПЛА як об'єкт дослідження.....	8
1.2. Аналіз стану досліджень в галузі робастного управління.....	11
1.3. Постановка задачі дослідження.....	12
1.4. Висновки.....	14
РОЗДІЛ 2. Обґрунтування методу модального управління.....	16
2.1. Математична модель об'єкта управління .....	16
2.2. Знаходження нульового наближення методом модального управління, як один з перших етапів процедури синтезу робастних цифрових систем управління .....	19
2.3. Розширення області робастної стійкості ЦСУ БПЛА.....	27
2.4. Висновки.....	29
РОЗДІЛ 3. Практичне використання методу модального управління та розширення для робастної стійкості дискретних систем управління малим БПЛА.....	30
3.1. Програмне забезпечення рішення задачі модального управління для дискретної системи управління .....	30
3.2. Програмне забезпечення процедури розширення області стійкості дискретних систем управління БПЛА .....	35
3.3. Розв'язання задачі модального управління .....	49
3.4. Процедура розширення області стійкості дискретних систем управління БПЛА .....	52
ВИСНОВКИ.....	54
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	55

## ВСТУП

**Актуальність теми дослідження.** У розвинених країнах дослідженню робастності приділяється посилена увага. Розв’язання цієї проблеми в Європі координується центром GARTEUR (Group for Aeronautical Research Technology in Europe – Група по авіаційним дослідженням та технологіям в Європі). До складу центру входять 23 організації, у тому числі 7 науково-дослідних центрів, 8 промислових концернів та 8 університетів, які представляють собою сім європейських країн, причетних до випуску авіаційної техніки (Англія, Франція, Німеччина, Голландія, Італія, Іспанія та Швеція). У галузі управління польотом головною програмою GARTEUR є програма “Robust Flight Design Challenge” (Проблема проектування робастних систем управління польотом), що координує розподілення основних проблем робастного управління від теорії до практичного застосування між вищезазначеними організаціями за узгодженим планом. У США Товариство вчених у галузі теорії управління Інституту Інженерів з Електроніки та Електротехніки (IEEE Control Systems Society) визнало розробку робастних систем управління польотом одним із трьох найважливіших досягнень у галузі сучасної теорії та практики управління. Аналогічні роботи виконуються в Японії та Південній Кореї, причому існує тісна кооперація та координація зусиль між американськими та південноазіатськими науковими центрами і університетами, що працюють у цій галузі.

У даній роботі розглядається малий БПЛА, що використовується у сільському господарстві, у трубопровідному транспорті, для екологічної розвідки акваторії моря, у військових цілях. Враховуючи те, що у малих БПЛА обмеження на вагу, вартість, габарити є досить жорсткими, що не дозволяє використовувати достатню кількість навігаційних вимірювачів, які є датчиками систем управління. Тому використовуються досить прості, апробовані на практиці структури систем управління.

**Мета** даної дипломної роботи – розробка науково-обґрунтованих методик та алгоритмічного і програмного забезпечення модального управління для

робастних дискретних систем управління рухом БПЛА. Для досягнення поставленої мети ставляться такі основні завдання:

- як перший етап процедури синтезу вирішити задачу модального управління дискретних систем управління БПЛА для визначення нульового наближення процедури оптимізації;

- отримати номінальні й параметрично збурені моделі розімкненої та замкненої системи управління рухом БПЛА;

- вирішити задачу розширення області робастної стійкості для дискретних систем управління малим БПЛА;

- проаналізувати результати виконання вище вказаних алгоритмів для бічного та повздовжнього каналів дискретних систем управління БПЛА.

**Об'єктом дослідження** є системи управління аерокосмічними рухомими об'єктами, зокрема безпілотними літальними апаратами (БПЛА).

**Предметом дослідження** є методи та алгоритми проектування робастних дискретних систем управління для широкого класу об'єктів, зокрема для БПЛА.

# РОЗДІЛ 1

## ОСОБЛИВОСТІ БПЛА ЯК ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

### 1.1. БПЛА як об'єкт дослідження

Сучасні безпілотні літальні апарати умовно можна розділити на кілька класів:

- по масі - на мікро- ( що важать менше 5 кг), міні - (менше 200 кг), міді- (менше 1000 кг) і максі- (понад 1000 кг);

- по тривалості перебування в повітрі - на апарати з тривалістю польоту менше 1 години, 3 годин, 6 годин, 12 годин, 24 годин і т.д.;

- по висоті польоту - на літальні апарати з практичною межею до 1, 3, 9-12 км, а також понад 20 км.

До основних переваг використання БПЛА відносять:

- низька вартість і простота виконання апарата;
- вартість льотної години набагато менше, ніж у ЛА з пілотом;
- менша витрата палива;

У роботі розглядається БПЛА (рис.1.1), що відноситься по масі до міні-класу (141кг). В основному цей БПЛА застосовувався у військових цілях, для пересування мішеней під час навчальних стрільбищ. Системи відрізняються від інших простотою, високою точністю стабілізації параметрів польоту в неспокійній атмосфері та робастністю щодо зміни параметрів об'єкта.

Вартість льотної години такого типу БПЛА приблизно становить \$20. Це вимагає застосування дешевих датчиків (волоконно-оптичні та мікро механічні гіроскопи) і простих алгоритмів управління, що впроваджуються за допомогою дешевих комп'ютерів.

Кафедра АКСУ				ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА			
Виконав	Савчук В.О.			РОЗДІЛ 1 ОСОБЛИВОСТІ БПЛА ЯК ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ			Аркушів
Керівник.	Абрамович О.О.						57
Н. Контр.	Дивнич М.П.						
Зав. Каф.	Мельник Ю.В.						
					СУ-401		8





Рис.1.1 Безпілотний літальний апарат

Структурна схема бічного каналу системи управління рухом малого БПЛА представлена на рис. 1.2. До бічного каналу системи управління входять внутрішній контур управління креном з коректуючим пристроєм кутових змінних КПКЗ та внутрішній контур управління курсом, і зовнішній контур регулювання за сигналом похибки з коректуючим пристроєм лінії заданого шляху КПЛЗШ.

На вхід автопілоту бічного каналу надходять сигнали від датчиків кутів крену  $\varphi$  та ристання  $\psi$ , і кутових швидкостей за креном  $p$  та ристанням  $r$  із коефіцієнтами підсилення  $K_\varphi$ ,  $K_\psi$ ,  $K_p$ ,  $K_r$  відповідно, тобто вектор виходу є таким  $y = [\beta, p, r, \varphi, \psi]'$ . Вектор стану системи управління бічним рухом має вигляд  $x = [\beta, p, r, \varphi, \psi, \delta a]'$ .

Сигнал похибки  $Y_c$  через компенсатор із коефіцієнтом підсилення  $K_y$  подається на регулятор КПЛЗШ. У каналі враховуються командні сигнали за креном та ристанням  $\varphi_c, \psi_c$ . За стандартною схемою бічний канал автопілоту містить реальний диференціатор (wash-out filter) у ланцюзі датчика швидкості ристання  $W_{wf}$ , який являє собою ізодромну ланку.

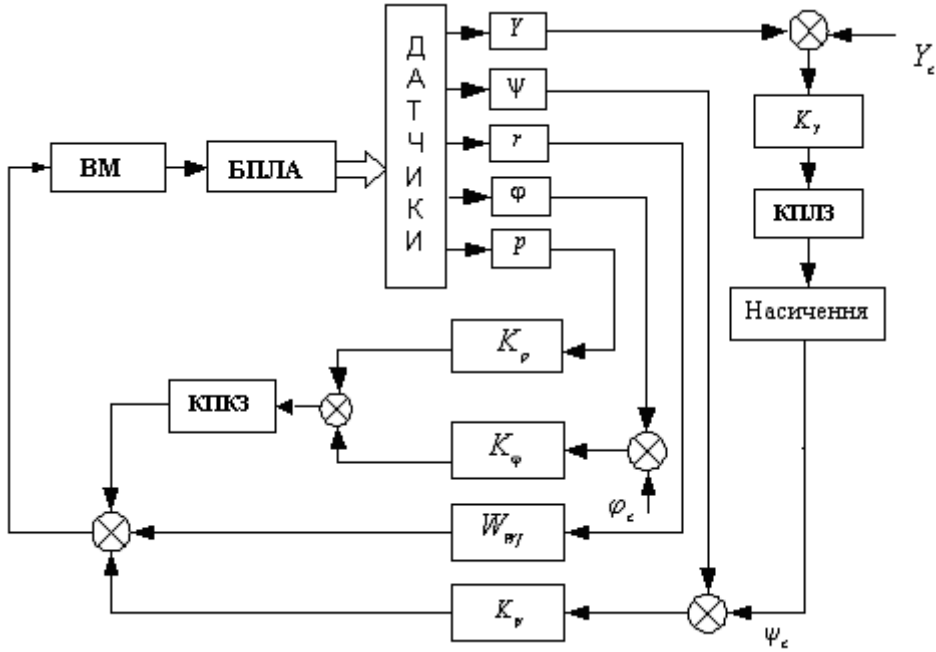


Рис.1.2. Структурна схема бічного каналу

Передавальна функція цієї ланки в дискретному часі має вигляд:

$$W_r(z) = K_r \frac{z-1}{z-d} = K_r W_0(z), \quad d = e^{T/\tau} \quad (1.1)$$

Передавальна функція КПКЗ має вигляд:

$$W_C(z) = K_{v1} + K_{v0} \frac{z-1}{Tz} \quad (1.2)$$

Для управління бічним рухом БПЛА обрано закон управління, враховуючи (1.1) та (1.2) [2]:

$$\mathbf{u}_C = \left[ [K_\phi, K_p] \cdot W_C(z) \quad K_r \cdot W_0(z) \quad K_\psi \right] \cdot [\phi \quad p \quad r \quad \psi]^T. \quad (1.3)$$

Вектор  $\vec{C}_n$  регульованих параметрів автопілоту бічного каналу, що визначається у результаті виконання процедури оптимізації, має вигляд  $\vec{C}_n = [K_{v1}, K_{vo}, K_{\varphi}, K_p, K_r, K_{\psi}]$ .

## 1.2. Аналіз стану досліджень в галузі робастного управління

Напрямок  $H^\infty$ -оптимізації виник в західній літературі як продовження робіт по аналізу чутливості систем з зворотнім зв'язком. Критерії грубості замкненої системи описувались допусками на передавальну функцію розімкненої системи – нерівностями на величину її збурень окремо для кожної частоти, при яких зберігається стійкість. Хоча в цих роботах відсутній простір Харді  $H^\infty$ , методи розв'язання задач і кінцеві висновки безумовно можна віднести до теорії  $H^\infty$ -оптимального управління.

В кінці 70-х років було знайдено зв'язок узагальненого критерія Найквіста з стійкістю лінійних систем на класі передавальних функцій [4]. Умови грубості записувались через сингулярні числа передавальних матриць замкненої системи. Результати цієї роботи приводились в спеціальному випуску журналу IEEE Transactions on Automatic Control, 1981, Febr. В статтях [5-7] введено міру грубості замкненої системи відносно збурень передавальної функції об'єкта та відносно адитивних збурень. Ця міра співпадає з рівномірно-частотною нормою передавальної функції замкненої системи, її мінімізація привела в майбутньому до побудови теорії  $H^\infty$ -оптимального управління. Через введену міру задаються допуски на амплітуду та фазу в розімкненій системі, конструюються компенсатори, які забезпечують стійкість при відмові будь-якого управляючого каналу [7]. Ці результати дозволяють дослідити грубість фільтру Калмана - Бюсі [7,8], а також порахувати оптимальне значення коефіцієнта при управлінні для квадратичного функціоналу якості.

Роботою, яка заклала початок теорії рівномірно-частотної оптимізації, прийнято вважати статтю Дж. Зеймса [9]. В ній поставлено дві основні задачі теорії: мінімізація реактивності відносно адитивних збурень та максимізація

допусків на передавальну функцію розімкненої системи. Екстремальні значення цих величин мають вигляд норми в деякому функціональному просторі, основним прикладом якого є простір Харді  $H^\infty$ .

В 1982 році в спеціальному випуску журналу IEE Proceedings [10] були зібрані роботи, які продовжували дослідження по чутливості та грубості систем управління на основі тієї ж рівномірно-частотної міри. Були оцінені границі стійкості системи при відхиленні передавальної функції об'єкта одночасно по амплітуді і по фазі [11]. Розглянуті багатомірні об'єкти з розділеними обмеженнями на величину відхилень передавальних функцій в різних контурах та викладено розв'язання оптимізаційної задачі визначення максимальних допусків на величини цих відхилень [8]. Запропоновано спосіб вибору множника при управлінні в квадратичному функціоналі якості через значення передавальної функції об'єкта та її похідної на частоті зрізу [12]. Був представлений цікавий спосіб оцінки границь стійкості числом Персона передавальної функції номінальної замкненої системи [3].

Робота [13] є першою, в якій поставлена і вирішена оптимізацій на задача синтезу регулятора, який максимізує границі стійкості системи. Вона зводиться до проблеми Неванлінни – Піка і вирішена за допомогою відомих методів теорії функцій.

Надалі удосконалювались алгоритми та чисельні методи розв'язання матричних задач оптимізації в просторі  $H^\infty$ .

### 1.3. Постановка задачі дослідження.

Однією з центральних задач сучасної теорії управління польотом є забезпечення якості управління і робастності при зміні параметрів об'єкта. У літературі такий підхід називається NPRS-підхід (Nominal Performance-Robust Stability) [14, 15].

Описані в літературі методи [13,14] охоплюють в основному випадки неперервних систем. У той же час, цілий ряд практичних задач, у яких використовується цифровий регулятор, вимагає розв'язання безпосередньо в

дискретному часі. Особливо, це стосується управління малими безпілотними літальними апаратами (БПЛА), у яких обмеження на вагу, габарити, вартість, енергоспоживання бортового комп'ютера є досить жорсткими. У цих умовах частота квантування СУ не може бути досить великою через обмеження на обчислювальні можливості комп'ютера. У той же час, ширина пропускання малого БПЛА як об'єкта управління є досить великою у порівнянні з іншими типами ЛА. У цьому випадку умови теореми Котельникова-Шеннона виконуються з мінімальним запасом. У результаті, якщо виконати оптимізацію неперервної системи з подальшим перетворенням аналогового регулятора в цифровий, то динаміка СУ виявляється далеко неоптимальною. Вищевикладені вимоги також обмежують не тільки можливості комп'ютерної реалізації алгоритмів управління, але і кількість навігаційних вимірювачів, використовуваних як датчики СУ. У цій ситуації доречно застосування тільки відомих, апробованих на практиці і досить простих структур СУ. Тому підвищення якості і робастності СУ польотом малих БПЛА можливо тільки з використанням методів параметричної оптимізації.

Застосування NPRS-підходу засноване на використанні  $H_2$ -норми як загальноприйнятої оцінки якості системи [16] як при детермінованих так і при випадкових збурюваннях, а також  $H_\infty$ -норми функції комплементарної чутливості системи як оцінки її робастності [17]:

1)  $H_2$ -норма для кожної моделі дискретної системи в детермінованому випадку:

$$J_d = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} [ \mathbf{X}_k^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{X}_k + \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{u} ]}, \quad (1.4)$$

де:  $\mathbf{X}_k$  - вектор стану,  $\mathbf{U}$  - вхідний вектор управління,  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$  - вагові матриці.

2)  $H_2$ - норма для кожної моделі дискретної системи в стохастичному випадку:

$$J_s = \sqrt{E_M \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{X}_k^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{X}_k + \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{u}]} \quad (1.5)$$

3)  $H_{\infty}$ -норма функції комплементарної чутливості дискретної системи для кожної моделі:

$$\|\mathbf{T}(j\omega)\|_{\infty} = \sup_{0 \leq \omega \leq \infty} \bar{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega)), \quad (1.6)$$

де:  $\sigma$  - сингулярне число матриці  $\mathbf{T}$ ,  $\bar{\sigma}$  - максимальне сингулярне число на заданій частоті. Відповідно до [17]  $\|\mathbf{T}\|_{\infty}$  є мірою робастності.

Для кожної процедури оптимізації необхідно визначити початкові наближення. В даному випадку для цього використовується метод модального управління, який дозволяє визначити параметри системи управління. Цей метод отримав широкий розвиток для задач синтезу автоматичних систем. Найбільш широко він використовується для випадків визначення статичного зворотного зв'язку при повному вимірюванні змінних стану по заданому розташуванню коренів характеристичного полінома [18]. Тут варто згадати відому формулу Аккерманна [18]. У той же час визначення динамічного зворотного зв'язку при неповному вимірюванні змінних стану викликає значні труднощі. Дана задача вирішена для неперервних систем у [19]. У даній роботі частина досліджень присвячена рішенням задачі модального управління для дискретних динамічних систем при неповному вимірюванні змінних стану, на основі підходу, запропонованому в [19].

#### 1.4. Висновки

В першому розділі диплому розглянуто безпілотний літальний апарат як об'єкт дослідження даної дипломної роботи. Вказано його переваги використання та приведено класифікацію безпілотних літальних апаратів. Зроблено історичний огляд досліджень в галузі робастного управління.

Поставлено такі завдання дослідження:

- розв'язання задачі модального управління як перший етап процедури синтезу дискретних систем управління БПЛА для визначення нульового приближення, що необхідне для процедури оптимізації, проте дана задача має і самостійне рішення;

- вирішити процедуру розширення області стійкості для дискретних систем управління;

## РОЗДІЛ 2

### ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДУ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ

#### 2.1. Математична модель об'єкта управління

Розглянемо режим стабілізації курсу для малого БПЛА з наступними параметрами [1,2]: швидкість  $U_0=250$  км/год, висота  $H_0 = 2$  км, максимальна взльотна маса  $m=146$  кг, моменти інерції  $J_{xx}=17.8$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_{zz} = 124$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_{xz} = 2.6$ кг·м<sup>2</sup>, площа крил  $S=1.84$  м<sup>2</sup>.

Компоненти матриці інерції БПЛА приведені в пов'язаній з літаком системі координат, прийнятій в американській літературі [14], де вісь  $x$  є повздовжньою віссю літака, вісь розміщена в горизонтальній площині літака і направлена вздовж правого крила літака, а вісь  $z$  направлена вниз. Позначення кутових швидкостей  $p, r$  (яким відповідає  $\omega_x$  і  $\omega_z$  у вітчизняній літературі) також є загальнопринятим в англомовній літературі. Управління в бічному каналі здійснюється лише за допомогою елеронів.

Розглядаються дві моделі: номінальна та збурена. Будемо вважати, що швидкість  $V_f=250$  км/год відповідає номінальній моделі, а швидкість  $V_{fp}=200$  км/год – збуреній.

На вхід регулятора бічного каналу надходять сигнали від датчиків кутів крену  $\phi$ , ристання  $\psi$  і кутових швидкостей за креном крену  $p$  та ристанням  $r$ , тобто вектор виходу є таким  $y = [\beta, p, r, \phi, \psi]$ . Відповідно їх коефіцієнтами підсилення є  $K_\phi, K_\psi, K_p, K_r$ . Представимо номінальну модель бічного каналу БПЛА у просторі станів для вектора стану  $x = [\beta, p, r, \phi, \psi, \delta a]$  у такому вигляді [20]

Кафедра АКСУ				ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА			
Виконав	Савчук В.О.			РОЗДІЛ 2 ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДУ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ			Аркуші
Керівник	Абрамович О.О.						57
Н. Контр.	Дивнич М.П.						
Зав. Каф.	Мельник Ю.В.						
					СУ-401	16	



$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -0.136 & 0.1403 & 10^{-4} & -0.9986 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.003 & 0 & 0 & 0 \\ -56.21 & 0 & -11.25 & 3.332 & 0 & 0 \\ 1.190 & 0 & -0.210 & -0.240 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

$$\mathbf{B}_0 = [0 \ 0 \ 160 \ 0 \ 0 \ 0], \quad (2.2)$$

Відповідно збурена модель бічного каналу БПЛА має вигляд [20]

$$\mathbf{A}_{op} = \begin{bmatrix} -0.109 & 0.1754 & 10^{-4} & -0.9988 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.003 & 0 & 0 & 0 \\ -36.2778 & 0 & -9.195 & 2.802 & 0 & 0 \\ 0.8611 & 0 & -0.173 & -0.185 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{B}_{op} = [0 \ 0 \ 103.62 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (2.4)$$

Матриця реальних вимірювань  $\mathbf{C}$  є такою

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

Матриця  $\mathbf{D}$  є нульовою матрицею. Матриці збуреної моделі позначаються з індексом “р”. При дослідженні стохастичного випадку пропонується, що на БПЛА діє турбулентний бічний вітер, с. к. в. миттєвої швидкості якого дорівнює 2.5 м/сек.

Передавальна функція реального диференціатора у ланцюзі датчика швидкості рискання визначається як

$$W_r(z) = K_r \frac{z-1}{z-d} = K_r W_0(z), \quad d = e^{T/\tau}, T = 0.02c, \tau = 1c. \quad (2.6)$$

Передавальна функція дискретного ПД-регулятора, на вхід якого надходять сигнали від датчиків кута крену  $\varphi$  і швидкості крену  $p$  є такою

$$W_C(z) = K_{v1} + K_{v0} \frac{z-1}{Tz}. \quad (2.7)$$

Закон управління має наступний вигляд:

$$u = \left[ [K_\varphi, K_p] \cdot W_C(z) \quad K_r \cdot W_0(z) \quad K_\psi \right] \cdot [\varphi \quad p \quad r \quad \psi]^T \quad (2.8)$$

Закон управління (2.8) можна переписати в термінах простору станів, де вихідний сигнал  $u$  пов'язаний з вхідним вектором  $Y = [\varphi, p, r, \psi]^T$  наступними рівняннями:

$$\begin{aligned} \chi_{n+1} &= A_u \cdot \chi_n + B_u \cdot y \\ u_n &= C_n \cdot \chi_n + D_u \cdot y \end{aligned} \quad (2.9)$$

в якому четвірка матриць  $[A_u, B_u, C_u, D_u]$  має розміри  $2 \times 2, 2 \times 4, 1 \times 2, 1 \times 4$  відповідно. При цьому всі елементи матриць є компонентами вектору параметрів автопілота  $\overline{C}_a$ :

$$C_a = [K_{v1}, K_{v0}, K_\varphi, K_p, K_r, K_\psi], \quad (2.10)$$

оптимальні значення яких визначаються в результаті виконання оптимізаційної процедури.

2.2. Знаходження нульового наближення методом модального управління, як один з перших етапів процедури синтезу робастних цифрових систем управління

Першим етапом процедури синтезу систем управління є визначення нульового наближення, оскільки є випадки, коли синтезована система виходить за границі стійкості, а причина цього – невірно заданий початковий вектор параметрів системи. Одним із методів за допомогою якого знаходиться нульове наближення є метод модального управління.

Цей метод одержав широкий розвиток для задач синтезу автоматичних систем. Найбільше повно він розвинутий для випадків визначення статичного зворотного зв'язку при повному вимірюванні змінних стану по заданому розташуванню коренів характеристичного полінома [18]. У той же час визначення динамічного зворотного зв'язку при неповному вимірюванні змінних стану викликає значних труднощів. Дана задача вирішена для неперервних систем у [19]. Дане дослідження є рішенням задачі модального управління для дискретних динамічних систем при неповному вимірюванні змінних стану. Як показано в [21,22], розміщення полюсів всередині деякої області на комплексній площині, що обмежена коливальністю, запасом стійкості, максимальною смугою пропускання, гарантує високу якість та робастність системи. .

Нехай задано одномірну розімкнену дискретну систему, що складається з послідовного з'єднання виконавчого механізму й об'єкта

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_n + \mathbf{B}\mathbf{u}_n \\ \mathbf{y}_n = \mathbf{C}\mathbf{x}_n + \mathbf{D}\mathbf{u}_n \end{cases} \quad (2.11)$$

де  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{l \times n}$ .

Бажані власні числа  $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p\}$  замкненої системи утворюють вектор:

$$\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p\} \quad (2.12)$$

де  $p$  - кількість полюсів замкнутої системи  $p \leq \min(n + q, q(\ell + 1) + \ell)$ ,  $q$ - порядок регулятора.

Відомо, що визначення власних чисел завжди пов'язано з похибками, і рішення задачі безпосередньо для дискретних систем управління пов'язано зі значними труднощами, тому що власні числа обмежені малою областю (одиничним колом). Для задач управління польотом полюса дискретних моделей, що відповідають низькочастотним модам подовжнього і бічного рухів, розташовані досить близько до одиничного кола, тому похибки обчислень можуть зміщати їх у нестійку область. Обчислювальні процедури модального управління для неперервних систем виявляються більш стійкими до похибок обчислень, оскільки їх полюси розміщуються у лівій півплощині і не мають жорсткого обмеження в розміщенні, що притаманне дискретним системам, оскільки їх полюси розміщені в дуже малій області (в одиничному колі). У зв'язку з цим будемо вирішувати задачу для неперервної системи згідно методу, запропонованому в [19], а далі перейдемо до дискретної системи, перетворивши неперервну за допомогою білінійного перетворення.

В заданому алгоритмі у всіх передавальних функціях є загальний знаменник та матриця коефіцієнтів підсилення поліномів чисельників.

Передавальна функція об'єкта має вид

$$G(s) = g(s) = C(sI_n - A)^{-1}B = \frac{1}{p(s)} N \begin{bmatrix} 1 & s & s^2 & \dots & s^q \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

де  $I_n$  - одинична матриця розміром  $n \times n$ ,  $N$ - матриця розміром  $\ell \times n$ , що формується коефіцієнтами чисельника матриці передатної функції об'єкта,  $p(s)$ -характеристичний поліном розімкнутої системи, що визначається

$$p(s) = |sI_n - A| = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0 \quad (2.14)$$

Припустимо, що регулятор має форму

$$f'(s) = \frac{1}{p_f(s)} \begin{bmatrix} 1 & s & s^2 & \dots & s^q \end{bmatrix} M \quad (2.15)$$

де  $p_f(s)$  – характеристичний поліном регулятора,  $M \in \mathbb{R}^{(q+1) \times \ell}$  - матриця, що формується коефіцієнтами чисельника матриці передатної функції регулятора.

Характеристичний поліном замкнутої системи

$$p_c(s) = s^{n+q} + \alpha_{n+q-1}s^{n+q-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0 \quad (2.16)$$

Задано вектор  $d$  - вектор різниць, що визначається поліномами замкнутої  $p_c(s)$  і розімкнутої систем  $p(s)$ , тобто

$$d(s) = p_c(s) - p(s)s^q, \quad (2.17)$$

Коефіцієнти полінома  $d$  представлені вектором

$$d = \left[ \alpha_0 \dots \alpha_{q-1} \quad \alpha_q - a_0 \dots \alpha_{q+n-1} - a_{n-1} \right] \quad (2.18)$$

де  $a$  - коефіцієнти полінома розімкнутої системи, а  $\alpha$  - коефіцієнти полінома замкнутої системи. Запишемо рівняння у формі блочних матриць, що зв'язує об'єкт і регулятор:

$$d = Zf \quad (2.19)$$

Матриця  $Z$  складається з коефіцієнтів характеристичного полінома розімкнутої системи (2.14) і з коефіцієнтів полінома чисельника матриці передавальної функції  $N$  (2.13):

$$Z = \begin{bmatrix} a_0 & 0 & \cdots & 0 & n_{11} & 0 & \cdots & 0 & n_{\ell 1} & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & a_0 & \cdots & 0 & n_{12} & n_{11} & \cdots & 0 & & n_{\ell 1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & a_0 & \vdots & \vdots & & n_{11} & \vdots & \vdots & & n_{\ell 1} \\ a_{n-1} & a_{n-2} & & \vdots & n_{1\ell} & \vdots & & \vdots & \cdots & n_{\ell n} & \vdots & \vdots \\ 1 & a_{n-1} & & \vdots & 0 & n_{1\ell} & & \vdots & & 0 & n_{\ell n} & \vdots \\ 0 & 1 & & \vdots & \vdots & 0 & & \vdots & & \vdots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & a_{n-1} & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 & 0 & 0 & & n_{1\ell} & & 0 & 0 & n_{\ell n} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Вектор  $f$  є вектором шуканих величин, що складається з параметрів регулятора:

$$f = [f_0 \quad \dots \quad f_{q-1} \quad m_{01} \quad m_{11} \quad \dots \quad m_{q1} \quad \dots \quad m_{0\ell} \quad m_{1\ell} \quad \dots \quad m_{q\ell}] \quad (2.21)$$

Характеристичний поліном замкнутої системи визначається двома поліномами  $p_d(s)$  і  $p_e(s)$ , де  $p_d(s)$ - характеристичний поліном, визначений бажаними коренями замкнутої системи як

$$p_d(s) = \prod_{i=1}^p (s - \gamma_i) = s^p + \sum_{i=1}^p d_{p-i} s^{p-i} \quad (2.22)$$

і  $p_e(s)$  - залишковий поліном:

$$p_e(s) = \frac{p_c(s)}{p_d(s)} = s^t + \sum_{i=1}^t e_{t-i} s^{t-i}, \quad \text{где } t = n + q - p \quad (2.23)$$

Далі можемо записати

$$p_c(s) = p_d(s) \cdot p_e(s) = p_d(s) \cdot \left( s^t + \sum_{i=1}^t e_{t-i} s^{t-i} \right) = p_d(s) \cdot s^t + \sum_{i=1}^t p_d(s) \cdot e_{t-i} s^{t-i} \quad (2.24)$$

Визначимо різницевий поліном  $d(s)$ :

$$d(s) = p_c(s) - p(s)s^q = p_c(s)s^t - p(s)s^q + \sum_{i=1}^t p_d(s) \cdot e_{t-i} s^{t-i} \quad (2.25)$$

Звідси запишемо

$$d = d_0 + D_p e \quad (2.26)$$

де  $d_0$ - формується коефіцієнтами різниці  $(p_d(s)s^t - p(s)s^q)$ ;  $e$  - вектор, сформований невідомими коефіцієнтами  $e_i$ ; а вектор  $D_p$ :  $D_p = [d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_t]$  визначається коефіцієнтами  $d_i$  полінома  $p_d(s)s^{t-i}$ .

Враховуючи (2.26) і (2.19) можна записати

$$d_0 + D_p e = Zf \quad (2.27)$$

Розділимо вектор  $f$  на дві складові

$$\mathbf{f} = [\mathbf{f}_1 \quad \mathbf{f}_2]'$$
 (2.28)

де  $\mathbf{f}_2$  складається з  $p$  елементів, і  $\mathbf{f}_1$  складається з  $q(\ell + 1) + \ell - p$  вільних елементів. Відповідно до (2.28) розкладемо  $Z$

$$Z = [Z_1 \quad Z_2]$$
 (2.29)

Враховуючи (2.27) запишемо:

$$\mathbf{d}_0 + D_p \mathbf{e} = [Z_1 \quad Z_2] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix}$$
 (2.30)

Звідси

$$\underbrace{\mathbf{d}_0 - Z_1 \mathbf{f}_1}_{=\hat{\mathbf{d}}} = Z_2 \mathbf{f}_2 - D_p \mathbf{e} = \underbrace{[Z_2 \quad -D_p]}_{=\hat{\mathbf{X}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}}_{=\hat{\mathbf{f}}}$$
 (2.31)

$$\hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{X}} \hat{\mathbf{f}}$$
 (2.32)

Шуканий вектор параметрів регулятора визначається з виразу (2.32):

$$\hat{\mathbf{f}} = \hat{\mathbf{X}}^{-1} \hat{\mathbf{d}}$$
 (2.33)

Як показано в [23], розміщення полюсів усередині деякої області на комплексній площині, що обмежується коливальністю, запасом стійкості, максимальною смугою пропускання системи гарантує високу якість і робастність системи.



Рівняння (2.33) є рішенням для неперервної системи. Вектор  $f$  фактично визначає параметри неперервного регулятора  $F(s)$  заданої структури. Якщо зробити заміну змінних за допомогою білінійного перетворення, то можна розглядати неперервну систему як дискретну. Для перетворення використовується підстановка  $z = \frac{1+s}{1-s}$ .

Виконавши білінійне перетворення визначаємо параметри дискретного регулятора  $F(z)$ . Отриману замкнену систему (у прямому зв'язку – номінальний об'єкт, а в зворотному зв'язку знаходиться отриманий регулятор) необхідно перевірити на стійкість. Відомо, що дискретна система буде стійкою, якщо корені її характеристичного рівняння будуть знаходитись в колі з одиничним радіусом.

Як приклад рішення задачі модального управління розглянемо дискретну систему управління бічним каналом БПЛА.

Номінальна й збурена моделі бічного каналу малого БПЛА наведені у попередньому підрозділі.

Бажані власні числа замкнутої системи для дискретного випадку:

$$\Gamma = \{0,85; 0,87 \pm 0,5j; 0,28 \pm 0,05j; 0,93; 0,96; 0,965\} \quad (2.34)$$

Бажані власні числа неперервної замкненої системи були отримані за допомогою білінійного перетворення (2.34):

$$\Gamma_1 = \{-20; -2,7 \pm 4,5j; -0,28 \pm 2,5j; -0,03; -0,0023; -0,0015\} \quad (2.35)$$

У відповідності з (2.20) формуємо матрицю  $Z$ :

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 13 & 0 & 0 & 0 \\ 29 & 320 & 0 & 0 \\ 45 & 120 & -67 & 0 \\ 68 & 390 & -9 & -67 \\ 2 & 0 & 53 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 53 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Із рівняння (2.27) маємо:

$$d_0 = [0 \quad 20 \quad 119 \quad 731 \quad 1184 \quad 3500 \quad 117 \quad 0.4 \quad 0.0003]', \quad (2.37)$$

$$D_p = [1 \quad 26 \quad 157 \quad 791 \quad 1188 \quad 3503 \quad 118 \quad 0.45 \quad 0.00035]' \quad (2.38)$$

Вектор параметрів регулятора у відповідності з (2.38) отримаємо:

$$\hat{f} = [-1 \quad -0.62 \quad 0.001 \quad 0.02 \quad 0.07 \quad 0.014 \quad 0.16 \quad -0.08 \quad -2]' \quad (2.39)$$

Якщо зробити заміну змінних за допомогою білінійного перетворення, то можна отримати з неперервної системи дискретну.

Відомо, що дискретна система буде стійкою, якщо корні характеристичного рівняння знаходяться в колі одиничного радіуса.

Після виконання всіх розрахунків по вищевказаному алгоритмі, отримали аналоговий регулятор:

$$F(s) = \left[ \frac{-0.6s^2 - 0.38s}{300s^2 + 500.6s + 1} \quad \frac{0.014s^2 + 0.047s + 0.015}{300s^2 + 500.6s + 1} \quad \frac{0.097s^2 - 0.05s - 2}{300s^2 + 500.6s + 1} \right] \quad (2.40)$$

Перетворивши (2.40) за допомогою білінійного перетворення, отримаємо цифровий регулятор:

$$F(z) = \left[ \frac{-0.002z^2 + 0.004z - 0.002}{z^2 - 1.961z + 0.9608} \quad \frac{0.00005z^2 - 0.0001z - 0.00005}{z^2 - 1.961z + 0.9608} \quad \frac{0.0003z^2 - 0.0006z + 0.0003}{z^2 - 1.961z + 0.9608} \right] \quad (2.41)$$

Замкнута система стійка, оскільки всі корні характеристичного рівняння знаходяться в колі одиничного радіуса.

Для отриманої дискретної системи пораховано  $H_\infty$  – норму (функція комплементарної чутливості, що є мірою робастності):  $H_\infty = 1,09$ .

Мале значення  $H_\infty$  – норми характерне для досить високої робастності системи.

Такий результат є самостійним рішенням, проте, в подальшому його можна покращити за допомогою робастної параметричної оптимізації.

Наступним кроком синтезу системи управління є розширення області робастної стійкості ЦСУ.

### 2.3. Розширення області робастної стійкості ЦСУ БПЛА.

Даний дискретний регулятор  $F(z)$  отриманий для номінального об'єкта. Номінальна система буде стійкою, оскільки корені її характеристичного рівняння будуть знаходитись в колі з одиничним радіусом. При такому регуляторі параметрично збурена модель системи може бути стійкою, а може й не бути. Виникає задача розширення області стійкості [24], яка повинна охоплювати власні числа параметрично збуреної замкненої системи.

Для того, щоб вирішити дану задачу необхідно виконати процедуру параметричної робастної оптимізації. Вектором початкових значень для виконання процедури оптимізації є знайдений вектор початкових параметрів

регулятора. Після знаходження вектора початкових значень параметрів виконується процедура оптимізації, яка в даному випадку базується на методі Нелдера-Міда.

Складний показник якості, що мінімізується в ході виконання оптимізаційної процедури, має вигляд:

$$J_{\Sigma} = \lambda_{\infty}^n \cdot T_{\infty}^n + PF \quad (2.42)$$

а оптимальний вектор параметрів настройки регулятора визначається як результат виконання процедури оптимізації:

$$\vec{X}^* = \arg \min J_{\Sigma}(\vec{X}) \quad \vec{X} \in M_c \quad (2.43)$$

де  $M_c$  - область стійкості в просторі параметрів регулятора, що визначається областю  $M$ .

Мінімізуючи  $H_{\infty}$ -норму, в системі досягається максимальна робастність. Завдяки цьому збурена система буде лишатись стійкою.

Отриманий після виконання процедури оптимізації оптимальний регулятор повинен задовольняти умовам робастної стійкості як для номінальної, так і для параметрично збуреної систем управління.

Як приклад рішення задачі розширення області робастної стійкості розглянемо дискретну систему управління бічним каналом БПЛА.

Після знаходження вектора початкових значень параметрів виконується процедура оптимізації, яка в даному випадку базується на методі Нелдера-Міда [25].

В ході виконання оптимізаційної процедури оптимальний вектор параметрів регулятора прийме значення:

$$\hat{f} = [-7.7 \ -0.61 \ -0.03 \ -0.48 \ -2.5 \ -2.7 \ -1.6 \ -0.0014 \ -0.0019]', \quad (2.44)$$

а дискретний регулятор  $F(z)$  :

$$F(z) = \left[ \frac{-0.015z^2 + 0.03z - 0.015}{z^2 - 1.977z + 0.9773} \quad \frac{-0.001z^2 + 0.0019z - 0.00088}{z^2 - 1.977z + 0.9773} \quad \frac{-0.003z^2 + 0.0061z - 0.003}{z^2 - 1.977z + 0.9773} \right]$$

Для отриманої дискретної системи визначено  $H_\infty$  – норма, значення якої приведено в таблиці 2.1.

*Табл.2.1.*

Чисельні характеристики номінальної й збуреної систем.

Об'єкт	$H_\infty$
Номінальний.	0,7071
Збурений	0,7116

#### 2.4. Висновки.

В другому розділі приведено математичну модель об'єкта управління, розроблено метод та алгоритм вирішення задачі знаходження початкового наближення вектора змінних параметрів автопілота методом модального управління для дискретної системи із динамічним зворотнім зв'язком при неповному вимірюванні вектору стану, приведено алгоритм розширення області робастної стійкості дискретної системи управління БПЛА. Приведено на прикладі дискретної системи управління бічним каналом БПЛА рішення задачі модального управління, задачі розширення області робастної стійкості.

### РОЗДІЛ 3

## ПРАКТИЧНЕ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ТА РОЗШИРЕННЯ РОБАСТНОЇ СТІЙКОСТІ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ МАЛИМ БПЛА

### 3.1. Програмне забезпечення розв'язання задачі модального управління для дискретної системи управління

Дана програма виконана в пакеті програм MATLAB. Програма написана для дискретної системи управління подовжнім рухом малого БПЛА.

Задаємо в просторі стану четвірку матриць номінальної моделі об'єкта  $[A_0, D_0, C_0, D_0]$  при істинній повітряній швидкості 250 км/год. Розширена матриця  $Bg_0$  використовуються при приєднанні до системи моделі формуючого фільтра. Матриця  $C_0$  відбиває розміри системи для даного автопілоту, який використовує три сигнали: висоту, кут тангажу, кутову швидкість за тангажом.

*%1-st stage: Creating a state-space UAV model:  $x=[Vt, \alpha, \theta, q, h]'$ ;*

$$A_0 = [-0.0345 \quad 5.9942 \quad -9.7764 \quad 0 \quad 0;$$

$$\quad -0.0041 \quad -1.7565 \quad 0 \quad 0.9860 \quad 0;$$

$$\quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1.0000 \quad 0;$$

$$\quad 0.0033 \quad -25.6814 \quad 0 \quad -2.1905 \quad 0;$$

$$\quad 0 \quad -Vt \quad Vt \quad 0 \quad 0];$$

$$B_0 = [0.3576 \quad -0.1628 \quad 0 \quad -31.1037 \quad 0]';$$

$$Bg_0 = [-0.0345 \quad 5.9942 \quad 0;$$

$$\quad -0.0041 \quad -1.7565 \quad 0.9860;$$

$$\quad 0 \quad 0 \quad 1.0000;$$

$$\quad 0.0033 \quad -25.6814 \quad -2.1905;$$

$$\quad 0 \quad 0 \quad 0];$$

Кафедра АКСУ				ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА			
Виконав	Савчук В.О.			РОЗДІЛ 3 ПРАКТИЧНЕ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ТА РОЗШИРЕННЯ РОБАСТНОЇ СТІЙКОСТІ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ			Аркуші
Керівник	Абрамович О.О.						57
							30
Н. Контр.	Дивнич М.П.						
Зав. Каф.	Мельник Ю.В.						
							СУ-401

```
C0=[ 0 0 1 0 0; 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 1] ;
```

```
D0=zeros(3,1);
```

Здаємо четвірку матриць виконавчого механізму.

```
%State space of actuator:
```

```
Ta=0.5;
```

```
sysac=ss(-1/Ta,1/Ta,1,0);
```

Робимо послідовне з'єднання виконавчого механізму та номінального об'єкта. Отримуємо розімкнену номінальну модель. За допомогою оператора *c2d* перетворюємо її в дискретну.

```
sysai=ss(A0,B0,C0,D0);
```

```
sysser=series(sysac, sysai);
```

```
sysd=c2d(sysser,0.02,'zoh');
```

Отримано четвірку матриць номінальної моделі послідовного з'єднання виконавчого механізму та БПЛА .

```
[Ase,Bse,Cse,Dse]=ssdata(sysser);
```

У відповідності з (2.20) формуємо матрицю Z:

```
[Num, Den]=ss2tf(Ase,Bse,Cse,Dse);
```

```
tf1=tf(Num(1,:),Den);
```

```
tf2=tf(Num(2,:),Den);
```

```
tf3=tf(Num(3,:),Den);
```

```
ps=poly(Ase);
```

```
Z=[ ps' Num(1,:) Num(2,:) Num(3,:) ];
```

Із рівняння (2.26) визначимо *d0* та *Dp*

```
pol1=[1 19.99];
```

```
pol2=[1 5.4 27.5];
```

```
pol3=conv(pol1,pol2);
```

```
pol4=[1 0.56 6.3];
```

```
pol5=conv(pol3,pol4);
```

```
pol6=[1 0.03];
```

```

pol7=conv(pol5,pol6);
pol8=[1 0.0015];
pol9=conv(pol7,pol8);
pol10=[1 0.0023];
pd=conv(pol9,pol10);
st=[ 1];
sq=[1 0 0];
ps1=conv(ps,sq);
pd1=conv(pd,st);
d0=pd1-ps1;
Dp=conv(pd, st);

```

У відповідності з (2.23) отримаємо матрицю  $\hat{X}$ :

```

Z2=Z(:,3:4);
Z1=Z(:,1:2);
X1=[ 0  0  0  0  0  0  0  0;
    -62  0  0  22.6  0  0  0  0;
    -103 -62  0  -10  22.6  0  0  0;
    -5 -103 -62 -7007 -10  22.6  0  0;
    0  -5 -103 -169 -7007 -10  22.6  0;
    0  0  -5  0 -169 -7007 -10  22.6;
    0  0  0  0  0 -169 -7007 -10;
    0  0  0  0  0  0 -169 -7007;
    0  0  0  0  0  0  0 -169];
X=[X1 -Dp'];
d=d0'+Dp';

```

Вектор параметрів регулятора у відповідності з (2.33) отримаємо:

```
f=inv(X)*d;
```

Запишемо неперервний регулятор у вигляді передавальних функцій.

```
% W1(s)
```

```
tay2=0.5;tay1=600;
```



```
n1=[f(3,:)*tay2 ,f(2,:)*tay2, f(1,:)];
```

```
d3=[(tay1*tay2) (tay1+tay2) 1];
```

```
W1=tf(n1,d3);
```

```
% W2(s)
```

```
n2=[f(6,:)*tay2 ,f(5,:)*tay2,f(4,:)];
```

```
W2=tf(n2,d3);
```

```
% W3(s)
```

```
n3=[f(9,:) ,f(8,:),f(7,:)];
```

```
W3=tf(n3,d3);
```

```
sysfb=[W1 W2 W3]
```

За допомогою білінійного перетворення перетворимо неперервний регулятор в дискретний.

```
sfb=c2d(sysfb,0.02,'tustin')
```

Будуємо дискретну замкнену систему, перевіряємо її на стійкість.

```
cls=feedback(sysd,sfb);
```

```
[Ac,Bc,Cc,Dc]=ssdata(cls);
```

```
abs(eig(Ac))
```

Будуємо дискретну розімкнену систему.

```
opsys=series(sysd,sfb);
```

```
tfos=tf(opsys);
```

Створення моделі формуючого фільтра для номінальної системи по моделі Драйдена.

```
%matrices of disturbance's forming filter
```

```
ag=[-0.12 0 0; 0 0 1; 0 -0.0143 -0.2394];
```

```
bg=[0.5522 0; 0 0; 0 1];
```

```
cg=[1 0 0; 0 6.7e-4 0.0097; 0 1.39e-4 1.65e-3];
```

```
dg=[0 0; 0 0; 0 -0.0097];
```

```
formsys=ss(ag,bg,cg,dg);
```

Побудова моделі для розрахунку стохастичної частини показника якості.

```
%For stochastic part of the performance index
```

```

C0ex=eye(4) ; D0ex=zeros(4,3);
airex=ss(A0(1:4,1:4),Bg0(1:4,:),C0ex,D0ex);
stsx=series(formsys,airex);
[aex,bex,cex,dex]=ssdata(stsx);
cex1=[zeros(3,2) eye(3) zeros(3,2)];
dex1=zeros(3,2);
stsx1=ss(aex,bex,cex1,dex1);
s_d=c2d(stsx1,0.02);
clsto=feedback(eye(1),opsys);
clstoch=series(s_d,clsto);

```

В результаті отримали четвірку матриць замкненої стохастичної моделі.

Порахували її власні числа.

```

[Acl,Bcl,Ccl,Dcl]=ssdata(clstoch);
eig(Acl)

```

Розрахунок стохастичної частини показника якості .

*%stochastic part*

```

BB=Bcl*Bcl';
G=dlyap(Acl,BB);
C=[ eye(6) zeros(6,17) ];
Gs=trace(C*G*C')

```

Оцінка середньоквадратичних значень змінних простору станів.

```

disp('sgm_u sgm_al sgm_th sgm_q sigm_alt sigm_de ')
rms_n=[sqrt(G(1,1)) sqrt(G(2,2)) sqrt(G(3,3)) sqrt(G(4,4)) sqrt(G(5,5))
sqrt(G(6,6))]

```

Розрахунок  $H_\infty$  -норм для дискретної системи управління.

```

disp('Hinf-norms')
form=c2d(formsys,0.02);
sys1=series(sfb,sysd);
sys2=series(form,sys1);
ss2=feedback(sys2,ones(2,3));

```

*[ninf, fpeak]=norm(ss2,inf)*

Побудова логарифмічних характеристик.

*figure(1)*

*bode(cls(3,1),'b',{0.001,1000}), title('nominal (solid line) and perturbed (dotted line) closed-loop systems'),grid on*

*figure(2)*

*bode(tfos,'b',{0.001,1000}), title('nominal (solid line) and perturbed (dotted line) open-loop systems'),grid on*

Визначення запасу стійкості.

*figure(3)*

*margin(tfos),title('Stability margins of "nominal" system'),grid on*

Побудова перехідних характеристик.

*figure(4)*

*step(cls(1,1))*

*figure(5)*

*step(cls(2,1))*

*figure(6)*

*step(cls(3,1))*

### 3.2. Програмне забезпечення процедури розширення області стійкості дискретних систем управління БПЛА.

Виконується програма параметричної оптимізації. Розрахунки проведено для подовжнього каналу БПЛА. Програмне забезпечення процедури оптимізації для дискретних систем складається з:

- програми розрахунку цільової функції для процедури оптимізації;
- програми виконання процедури оптимізації;
- програми оцінювання результатів оптимізації;

1. Програма розрахунку цільової функції для процедури оптимізації. (Ця і наступні програми створені за допомогою системи MATLAB).

```

function f=fr(n)
% n=[139.6497 -0.4835 -1.2545 -0.2986 -2.1057 -2.5565 -1.0000 -
0.0000 -0.0023 300.0000 600.5000 1.0000];
p=[ -17 -10 0.0508 0.0710 0.5336 0.0437];
%disp(' Kth Kq Kh Tnum_p Tnum_h ')
%Wp=[10 10 0.01 0.01 0.01]; Aw=diag(Wp);
%ps=p*inv(Aw)

```

Вектор  $ps$  – це масштабний вектор параметрів. Вектор  $ps$  – це масштабний вектор параметрів, який визначається як результат процедури оптимізації. Масштабування необхідно у тому випадку, якщо значення коефіцієнтів підсилення  $Kth$ ,  $Kq$ ,  $Kh$  відрізняються один від одного на декілька порядків, оскільки при такій великій різниці значень може суттєво погіршуватись збіжність процедури оптимізації. Умова зупинки програми для всіх параметрів однакова, тому необхідно, щоб всі параметри мали однакову вагу. Використання вагової матриці  $Aw$  дає можливість стримувати значення цих параметрів у межах одного порядку.

Задаємо в просторі стану четвірку матриць номінальної моделі об'єкта  $[A_0, D_0, C_0, D_0]$  при істинній повітряній швидкості 250 км/год та четвірку матриць збуреної моделі об'єкта  $[A_{0p}, D_{0p}, C_0, D_0]$  при істинній повітряній швидкості 200 км/год. Розширені матриці  $B_0$  та  $B_{0p}$  номінальної та збуреної моделей використовуються при стохастичних збуреннях ( пориви вітру) для побудови моделі формуючого фільтра за алгоритмом Драйдена. Матриця  $C_0$  відбиває розміри системи для даного автопілоту, який використовує три сигнали: висоту, кут тангажу, кутову швидкість за тангажом.

```

Vt=69.4444;
%1-st stage: Creating a state-space UAV model:x=[VT,alpha,theta,q,h]';
A0=[-0.0345 5.9942 -9.7764 0 0;
-0.0041 -1.7565 0 0.9860 0;
0 0 0 1.0000 0;
0.0033 -25.6814 0 -2.1905 0;

```

```

0 -Vt Vt 0 0];
B0=[0.3576 -0.1628 0 -31.1037 0]';
Bg0=[-0.0345 5.9942 0;
-0.0041 -1.7565 0.9860;
0 0 1.0000;
0.0033 -25.6814 -2.1905;
0 0 0];
Vtp=55.5556;
A0p=[-0.0273 5.9960 -9.7764 0 0;
-0.0064 -1.3927 0 0.9971 0;
0 0 0 1.0000 0;
0.0036 -16.1243 0 -1.7339 0;
0 -Vtp Vtp 0 0];
B0p=[0.3581 -0.1303 0 -19.8857 0]';
Bg0p=[-0.0273 5.9960 0;
-0.0064 -1.3927 0.9971;
0 0 1.0000;
0.0036 -16.1243 -1.7339;
0 0 0];

```

```
C0=[ 0 0 1 0 0; 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 1] ;
```

```
D0=zeros(3,1);
```

Задаємо четвірку матриць виконавчого механізму.

```
%State space of actuator and controller:
```

```
Ta=0.5;
```

```
sysac=ss(-1/Ta,1/Ta,1,0);
```

Робимо послідовне з'єднання виконавчого механізму та номінального об'єкта. Отримуємо розімкнену номінальну модель. За допомогою оператора *c2d* перетворюємо її в дискретну.

```
sysai=ss(A0,B0,C0,D0);
```

```
sysser=series(sysac, sysai);
```

```
sysd=c2d(sysser,0.02,'zoh');
```

Робимо послідовне з'єднання виконавчого механізму та збуреного об'єкта. Отримуємо розімкнену збурену модель. За допомогою оператора *c2d* перетворюємо її в дискретну.

```
sysaip=ss(A0p,B0p,C0,D0);
```

```
sysserp=series(sysac, sysaip);
```

```
sysdp=c2d(sysserp,0.02,'zoh');
```

Отримано четвірку матриць номінальної моделі послідовного з'єднання виконавчого механізму та БПЛА .

```
[Ase,Bse,Cse,Dse]=ssdata(sysser);
```

Визначаємо матрицю Z:

```
[Num, Den]=ss2tf(Ase,Bse,Cse,Dse);
```

```
tf1=tf(Num(1,:),Den);
```

```
tf2=tf(Num(2,:),Den);
```

```
tf3=tf(Num(3,:),Den);
```

```
ps=poly(Ase);
```

```
Z=[ ps' Num(1,:) Num(2,:) Num(3,:) '];
```

Визначаємо вектори d0, Dp.

```
pol1=[1 19.99];
```

```
pol2=[1 5.4 27.5];
```

```
pol3=conv(pol1,pol2);
```

```
pol4=[1 0.56 6.3];
```

```
pol5=conv(pol3,pol4);
```

```
pol6=[1 0.03];
```

```
pol7=conv(pol5,pol6);
```

```
pol8=[1 0.0015];
```

```
pol9=conv(pol7,pol8);
```

```
pol10=[1 0.0023];
```

```
pd=conv(pol9,pol10);
```

```
st=[ 1];
```

```

sq=[1 0 0];
ps1=conv(ps,sq);
pd1=conv(pd,st);
d0=pd1-ps1;
Dp=conv(pd, st);

```

Визначаємо матрицю X.

```

Z2=Z(:,3:4);
Z1=Z(:,1:2);
X1=[ 0  0  0  0  0  0  0  0  0;
    -62  0  0  22.6  0  0  0  0  0;
    -103 -62  0  -10  22.6  0  0  0  0;
    -5 -103 -62 -7007 -10  22.6  0  0  0;
    0  -5 -103 -169 -7007 -10  22.6  0  0;
    0  0  -5  0  -169 -7007 -10  22.6;
    0  0  0  0  0  -169 -7007 -10;
    0  0  0  0  0  0  -169 -7007;
    0  0  0  0  0  0  0  -169];
X=[X1 -Dp'];

```

Вектор параметрів регулятора у відповідності з (2.33) отримаємо:

```

d=d0'+Dp';
f=inv(X)*d;

```

Запишемо неперервний регулятор у вигляді передавальних функцій.

```

% W1(s)
tay2=0.5;tay1=600;
n11=n(1,1);
n12=n(1,2);
n13=n(1,3);
n1=[n11, n12, n13];
d11=n(1,10);
d12=n(1,11);

```

```

d13=n(1,12);
d3=[(tay1*tay2) (tay1+tay2) 1];
W1=tf(n1,d3);
% W2(s)
n21=n(1,4);
n22=n(1,5);
n23=n(1,6);
n2=[n21, n22, n23];
W2=tf(n2,d3);
% W3(s)
n31=n(1,7);
n32=n(1,8);
n33=n(1,9);
n3=[n31, n32, n33];
W3=tf(n3,d3);
sysfb=[W1 W2 W3];

```

За допомогою білінійного перетворення перетворимо неперервний регулятор в дискретний.

```
sfb=c2d(sysfb,0.02,'tustin');
```

Будуємо дискретну замкнену номінальну та збурену моделі, перевіряємо їх на стійкість.

```

cls=feedback(sysd,sfb);
[Ac,Bc,Cc,Dc]=ssdata(cls);
abs(eig(Ac));
clsp=feedback(sysdp,sfb);
[Acsp,Bcsp,Ccsp,Dcsp]=ssdata(clsp);
abs(eig(Acsp));

```

Будуємо дискретну розімкнену систему.

```

opsys=series(sysd,sfb);
tfos=tf(opsys);

```



```
tfcs=tf(cls);
```

Створення номінальної та збуреної моделей формуючого фільтра по моделі Драйдена.

```
%matrices of disturbance's forming filter
```

```
ag=[-0.12 0 0; 0 0 1; 0 -0.0143 -0.2394];
```

```
bg=[0.5522 0; 0 0; 0 1];
```

```
cg=[1 0 0; 0 6.7e-4 0.0097; 0 1.39e-4 1.65e-3];
```

```
dg=[0 0; 0 0; 0 -0.0097];
```

```
formsys=ss(ag,bg,cg,dg);
```

```
agp=[-0.096 0 0; 0 0 1; 0 -0.0092 -0.192];
```

```
bgp=[0.4939 0; 0 0; 0 1];
```

```
cgp=[1 0 0; 0 6.05e-4 0.011; 0 1.01e-4 1.5e-3];
```

```
dgp=[0 0; 0 0; 0 -0.011];
```

```
formsysp=ss(agp,bgp,cgp,dgp);
```

Розрахунок  $H_\infty$ -норм для дискретної системи управління.

```
%disp('Hinf-norms');
```

```
form=c2d(formsys,0.02);
```

```
sys1=series(sfb,sysd);
```

```
sys2=series(form,sys1);
```

```
ss2=feedback(sys2,ones(2,3));
```

```
[ninf, fpeak]=norm(ss2,inf);
```

```
%disp('Hinf-normsp');
```

```
formp=c2d(formsysp,0.02);
```

```
sys1p=series(sfb,sysdp);
```

```
sys2p=series(formp,sys1p);
```

```
ss2p=feedback(sys2p,ones(2,3));
```

```
[ninfp, fpeak]=norm(ss2p,inf);
```

Розрахунок штрафної функції для дискретних систем управління.

```
% The 3-rd stage: Calculate the penalty function
```

```
Z=eig(Ac);
```

```

Zp=eig(Acp);
for i=1:8;
    if abs(Z(i,1))>=0.001
        Z1(i,1)=Z(i,1);
    elseif abs(Z(i,1))<0.001
        Z1(i,1)=0;
    end
end
Z1=Z1(1:8);
for i=1:8;
    if abs(Zp(i,1))>=0.001
        Z2(i,1)=Zp(i,1);
    elseif abs(Zp(i,1))<0.001
        Z2(i,1)=0;
    end
end
Z2=Z2(1:8);
Z3=[Z1 Z2];
dmax=max(abs(Z3));
P=1000000;
R1=exp(0);
R2=exp(-7.5);
if dmax>=R1;
    Pf0=P;
elseif dmax<R1 & dmax>0.999;
    Pf0=P*0.25*(1+cos(pi*((R1-dmax)/0.0001)))^4;
elseif d<0.95;
    Pf0=0;
end
dmin=min(abs(Z3));

```

```

if dmin<=R2;
    Pf1=P;
elseif dmin>R2;
    Pf1=P*0.25*(1-cos(pi*((R2-dmax)/0.1)))^2;
end
Pf=Pf0+Pf1;
Розрахунок цільової функції для процедури оптимізації .
f=ninf+Pf

```

2. Програма виконання процедури параметричної робастної оптимізації методом Нелдера-Міда.

```

n=[139.6497 -0.4835 -1.2545 -0.2986 -2.1057 -2.5565 -1.0000 -0.0000
-0.0023 300.0000 600.5000 1.0000];
options=optimset('display','iter','TolX',0.01,'TolFun',0.1)%,'MaxIter',10000,'MaxFunEvals',10000);
n=fminsearch('Fr',n,options)

```

Функція *fminsearch* показує, що для процедури оптимізації вибрано алгоритм Нелдера-Міда. Вхідні величини вибираються з точки зору стійкості системи. Кінцеві параметри визначаються шляхом збіжності процедури оптимізації.

3. Програма оцінювання результатів процедури .

Програма використовується для оцінки результатів оптимізації.

Задаються номінальна та збурена моделі об'єкта.

```

p=[ -17 -10 0.0508 0.0710 0.5336 0.0437];
%disp(' Kth Kq Kh Tnum_p Tnum_h ')
%Wp=[10 10 0.01 0.01 0.01]; Aw=diag(Wp);
%ps=p*inv(Aw)
Vt=69.4444;
%1-st stage: Creating a state-space UAV model:x=[VT,alpha,theta,q,h]';
A0=[-0.0345 5.9942 -9.7764 0 0;

```

```

-0.0041 -1.7565    0  0.9860  0;
    0    0    0  1.0000  0;
0.0033 -25.6814    0 -2.1905  0;
    0  -Vt    Vt    0  0 ];
B0=[0.3576 -0.1628    0 -31.1037  0]';
Bg0=[-0.0345  5.9942    0;
-0.0041 -1.7565  0.9860;
    0    0  1.0000;
0.0033 -25.6814 -2.1905;
    0    0    0];
Vtp=55.5556;
A0p=[-0.0273  5.9960 -9.7764    0  0;
-0.0064 -1.3927    0  0.9971  0;
    0    0    0  1.0000  0;
0.0036 -16.1243    0 -1.7339  0;
    0  -Vtp  Vtp    0  0 ];
B0p=[0.3581 -0.1303  0 -19.8857  0]';
Bg0p=[-0.0273  5.9960    0;
-0.0064 -1.3927  0.9971;
    0    0  1.0000;
0.0036 -16.1243 -1.7339;
    0    0    0];
C0=[ 0 0 1 0 0; 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 1] ;
D0=zeros(3,1);

```

Задаємо четвірку матриць виконавчого механізму. Робимо послідовне з'єднання виконавчого механізму та номінального об'єкта. Отримуємо розімкнену номінальну модель. За допомогою оператора *c2d* перетворюємо її в дискретну.

```

%State space of actuator:
Ta=0.5;

```

```

sysac=ss(-1/Ta,1/Ta,1,0);
sysai=ss(A0,B0,C0,D0);
sysser=series(sysac, sysai);
sysd=c2d(sysser,0.02,'zoh');

```

Робимо послідовне з'єднання виконавчого механізму та збуреного об'єкта. Отримуємо розімкнену збурену модель. За допомогою оператора *c2d* перетворюємо її в дискретну.

```

sysaip=ss(A0p,B0p,C0,D0);
sysserp=series(sysac, sysaip);
sysdp=c2d(sysserp,0.02,'zoh');

```

Отримано четвірку матриць номінальної моделі послідовного з'єднання виконавчого механізму та БПЛА .

```

[Ase,Bse,Cse,Dse]=ssdata(sysser);

```

Визначаємо матрицю Z:

```

[Num, Den]=ss2tf(Ase,Bse,Cse,Dse);
tf1=tf(Num(1,:),Den);
tf2=tf(Num(2,:),Den);
tf3=tf(Num(3,:),Den);
ps=poly(Ase);
Z=[ ps' Num(1,:) Num(2,:) Num(3,:) ];

```

Визначаємо вектори d0, Dp.

```

pol1=[1 19.99];
pol2=[1 5.4 27.5];
pol3=conv(pol1,pol2);
pol4=[1 0.56 6.3];
pol5=conv(pol3,pol4);
pol6=[1 0.03];
pol7=conv(pol5,pol6);
pol8=[1 0.0015];
pol9=conv(pol7,pol8);

```

```

pol10=[1 0.0023];
pd=conv(pol9,pol10);
st=[ 1];
sq=[1 0 0];
ps1=conv(ps,sq);
pd1=conv(pd,st);
d0=pd1-ps1;
Dp=conv(pd, st);

```

Визначаємо матрицю X.

```

Z2=Z(:,3:4);
Z1=Z(:,1:2);
X1=[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
-62 0 0 22.6 0 0 0 0 0;
-103 -62 0 -10 22.6 0 0 0 0;
-5 -103 -62 -7007 -10 22.6 0 0 0;
0 -5 -103 -169 -7007 -10 22.6 0;
0 0 -5 0 -169 -7007 -10 22.6;
0 0 0 0 0 -169 -7007 -10;
0 0 0 0 0 0 -169 -7007;
0 0 0 0 0 0 0 -169];
X=[X1 -Dp'];

```

Вектор параметрів регулятора у відповідності з (2.33) отримаємо:

```

d=d0'+Dp';
f=inv(X)*d;

```

Запишемо неперервний регулятор у вигляді передавальних функцій. За допомогою білінійного перетворення перетворимо неперервний регулятор в дискретний.

```

% W1(s)
tay2=0.5;tay1=600;

```

```

% n=[f(3,:)*tay2, f(2,:)*tay2, f(1,:), f(6,:)*tay2, f(5,:)*tay2, f(4,:), f(9,:), f(8,:),
f(7,:), tay1*tay2, (tay1+tay2), 1];
n=[4.3 -0.1 -0.2 1.7 0.2 -20 -3.6 0.00023 -0.00308 3021 -6826 11.8];
n11=n(1,1);
n12=n(1,2);
n13=n(1,3);
n1=[n11, n12, n13];
d11=n(1,10);
d12=n(1,11);
d13=n(1,12);
d3=[d11, d12, d13];
W1=tf(n1,d3);
% W2(s)
n21=n(1,4);
n22=n(1,5);
n23=n(1,6);
n2=[n21, n22, n23];
W2=tf(n2,d3);
% W3(s)
n31=n(1,7);
n32=n(1,8);
n33=n(1,9);
n3=[n31, n32, n33];
W3=tf(n3,d3);
sysfb=[W1 W2 W3];
sfb=c2d(sysfb,0.02,'tustin');

```

Будуємо дискретну замкнену номінальну та збурену моделі, перевіряємо їх на стійкість.

```

cls=feedback(sysd,sfb);
[Ac,Bc,Cc,Dc]=ssdata(cls);

```

```

abs(eig(Ac));
clsp=feedback(sysdp,sfb);
[Acp,Bcp,Ccp,Dcp]=ssdata(clsp);
abs(eig(Acp));

```

Будуємо дискретну розімкнену систему.

```

opsys=series(sysd,sfb);
tfos=tf(opsys);

```

Створення номінальної та збуреної моделей формуючого фільтра по моделі Драйдена.

```

%matrices of disturbance's forming filter
ag=[-0.12 0 0; 0 0 1; 0 -0.0143 -0.2394];
bg=[0.5522 0; 0 0; 0 1];
cg=[1 0 0; 0 6.7e-4 0.0097; 0 1.39e-4 1.65e-3];
dg=[0 0; 0 0; 0 -0.0097];
formsys=ss(ag,bg,cg,dg);
agp=[-0.096 0 0; 0 0 1; 0 -0.0092 -0.192];
bgp=[0.4939 0; 0 0; 0 1];
cgp=[1 0 0; 0 6.05e-4 0.011; 0 1.01e-4 1.5e-3];
dgp=[0 0; 0 0; 0 -0.011];
formsysp=ss(agp,bgp,cgp,dgp);

```

Розрахунок  $H_\infty$ -норм для дискретної системи управління.

```

disp('Hinf-norms')
form=c2d(formsys,0.02);
sys1=series(sfb,sysd);
sys2=series(form,sys1);
ss2=feedback(sys2,ones(2,3));
[ninf, fpeak]=norm(ss2,inf)
disp('Hinf-normsp')
formp=c2d(formsysp,0.02);
sys1p=series(sfb,sysdp);

```



```

sys2p=series(formp,sys1p);
ss2p=feedback(sys2p,ones(2,3));
[ninfp, fpeak]=norm(ss2p,inf)

```

Будуємо логарифмічні характеристики.

```
figure(1)
```

```
grid on
```

```

bode(cls(3,1),'b',clsp(3,1),'k--',{0.001,1000}), title('nominal (solid line) and
perturbed (dotted line) closed-loop systems')

```

### 3.3. Розв'язання задачі модального управління

Номінальна й збурена моделі повздовжнього каналу малого БПЛА наведені у попередньому підрозділі.

Бажані власні числа замкнутої системи для дискретного випадку:

$$\Gamma = \{0,85; 0,87 \pm 0,5j; 0,28 \pm 0,05j; 0,93; 0,96; 0,965\} \quad (3.1)$$

В зв'язку з тим, що бажані власні числа замкнутої системи в (3.1) знаходяться досить близько до кола з одиничним радіусом, то розрахунок динамічного зворотного зв'язку безпосередньо по вищевказаному алгоритму приводить до зміщення одного-двох полюсів за границі одиничного кола. Тому задача розглядається для неперервної системи, перетворивши за допомогою білінійного перетворення дискретну систему в неперервну.

Бажані власні числа неперервної замкнутої системи були отримані за допомогою білінійного перетворення (3,1):

$$\Gamma = \{-20; -2,7 \pm 4,5j; -0,28 \pm 2,5j; -0,03; -0,0023; -0,0015\} \quad (3.2)$$

У відповідності з (2.21) формуємо матрицю Z:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 \\ 37 & 0 & -62 & 0 \\ 60 & -62 & -103 & 22 \\ 3 & -103 & -5 & -10 \\ 2 & -5 & 0 & -7007 \\ 0 & 0 & 0 & -169 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Із рівняння (2.27) маємо:

$$d_0 = [0 \quad 20 \quad 119 \quad 731 \quad 1184 \quad 3500 \quad 117 \quad 0.4 \quad 0.0003]', \quad (3.4)$$

$$D_p = [1 \quad 26 \quad 157 \quad 791 \quad 1188 \quad 3503 \quad 118 \quad 0.45 \quad 0.00035]' \quad (3.5)$$

У відповідності з (2.32) отримаємо матрицю  $\hat{X}$ :

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -62 & 0 & 0 & 22.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -26 \\ -103 & -62 & 0 & -10 & 22.6 & 0 & 0 & 0 & -157 \\ -5 & -103 & -62 & -7007 & -10 & 22.6 & 0 & 0 & -791 \\ 0 & -5 & -103 & -169 & -7007 & -10 & 22.6 & 0 & -1188 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & -169 & -7007 & -10 & 22.6 & -3503 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -169 & -7007 & -10 & -118 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -169 & -7007 & -0.45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 169 & -0.00035 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Вектор параметрів регулятора у відповідності з (2.33) отримаємо:

$$\hat{f} = [-1.2 \quad -0.9 \quad 279 \quad -2.5 \quad -4.2 \quad -0.6 \quad -0.0023 \quad -0.0000021 \quad -1]' \quad (3.7)$$

Якщо зробити заміну змінних за допомогою білінійного перетворення, то можна отримати з неперервної системи дискретну.

Відомо, що дискретна система буде стійкою, якщо корені характеристичного рівняння знаходяться в колі одиничного радіуса.

Після виконання всіх розрахунків по вищевказаному алгоритмі, отримали аналоговий регулятор:

$$F(s) = \left[ \frac{140s^2 - 0.48s - 1.3}{300s^2 + 600.5s + 1} \quad \frac{-0.3s^2 - 2.1s - 2.6}{300s^2 + 600.5s + 1} \quad \frac{-s^2 - 0.45}{300s^2 + 600.5s + 1} \right] \quad (3.8)$$

Перетворюючи (3.8) за допомогою білінійного перетворення, отримаємо цифровий регулятор:

$$F(z) = \left[ \frac{0.46z^2 - 0.9z + 0.45}{z^2 - 1.961z + 0.9608} \quad \frac{-0.001z^2 + 0.0019z - 0.001}{z^2 - 1.961z + 0.9608} \quad \frac{-0.003z^2 + 0.007z - 0.003}{z^2 - 1.961z + 0.9608} \right] \quad (3.9)$$

Замкнута система стійка, оскільки всі корені характеристичного рівняння знаходяться в колі одиничного радіуса:

$$\Gamma = [0.945 \pm 0.097j; 0.96; 0.994 \pm 0.008j; 0.993; 0.999 \pm 0.0003j; 0.95 \pm 0.09j; 0.997 \pm 0.003j] \quad (3.10)$$

Для отриманої дискретної системи пораховано  $H_2$ -норму (середньоквадратичний інтегральний показник якості) та  $H_\infty$ -норму (функція комплементарної чутливості, що є мірою робастності):  $H_2 = 1,86$ ;  $H_\infty = 1,52$ .

Мале значення  $H_2$ -норми характерне для досить високої точності системи, а невелике значення  $H_\infty$ -норми характерне для досить високої робастності системи.

Такий результат є самостійним розв'язком, проте, в подальшому його можна покращити за допомогою робастної параметричної оптимізації.

3.4.. Процедура розширення області стійкості дискретних систем управління БПЛА.

Виконавши білінійне перетворення, визначили параметри дискретного регулятора (3.36). Отриману замкнену систему (у прямому зв'язку – номінальний об'єкт, а в зворотному зв'язку знаходиться отриманий регулятор) необхідно перевірити на стійкість. Замкнута система стійка, оскільки всі корні характеристичного рівняння знаходяться в колі одиничного радіуса:

$$\Gamma = [0.945 \pm 0.097 j; 0.96; 0.994 \pm 0.008 j; 0.993; 0.999 \pm 0.0003 j; 0.95 \pm 0.09 j; 0.997 \pm 0.003 j] \quad (3.11)$$

Даний дискретний регулятор  $F(z)$  отриманий для номінального об'єкта. Необхідно розширити область стійкості, яка повинна охоплювати власні числа параметрично збуреної замкненої системи.

Для цього необхідно виконати процедуру параметричної робастної оптимізації. Вектором початкових значень для виконання процедури оптимізації є зайдений в (3.6) вектор початкових параметрів регулятора.

Після знаходження вектора початкових значень параметрів виконується процедура оптимізації, яка в даному випадку базується на методі Нелдера-Міда.

В ході виконання оптимізаційної процедури шуканий вектор параметрів регулятора (3.6) має вигляд:

$$\hat{f} = [1.27 \quad -0.31 \quad -0.02 \quad -0.5 \quad -1.6 \quad -2.6 \quad -0.65 \quad 0.002 \quad -0.004] \quad (3.12)$$

,

а дискретний регулятор  $F(z)$ :

$$F(z) = \left[ \frac{0.003z^2 - 0.0054z + 0.003}{z^2 - 1.969z + 0.9685} \quad \frac{-0.001z^2 + 0.0023z - 0.001}{z^2 - 1.969z + 0.9685} \quad \frac{-0.0013z^2 + 0.0028z - 0.0013}{z^2 - 1.969z + 0.9685} \right] \quad (3.13)$$

Для отриманої дискретної системи визначено  $H_\infty$  – норма, значення якої приведено в таблиці 3.1.

*Табл.3.1.*

Чисельні характеристики номінальної й збуреної систем.

Об'єкт	$H_\infty$
Номінальний.	0,716
Збурений	0,726

## ВИСНОВКИ

У дипломній роботі розроблено науково-обґрунтовані методики та алгоритмічне і програмне забезпечення модального управління та розширення області стійкості робастних дискретних систем управління рухом БПЛА.

Основні результати дипломної роботи полягають в наступному:

1. Розроблено метод та алгоритм вирозв'язання задачі знаходження початкового наближення вектора змінних параметрів автопілота методом модального управління для дискретної системи із динамічним зворотнім зв'язком при неповному вимірюванні вектору стану;

2. Вищевказаний алгоритм застосовано для синтезу систем управління бічного та повздовжнього каналів малого БПЛА.

3. Розроблено метод та алгоритм розширення області стійкості робастних дискретних систем управління рухом БПЛА;

4. Вищевказаний алгоритм застосовано для синтезу систем управління бічного та повздовжнього каналів малого БПЛА.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Tunik A.A., Ahn I.K, Ryu H., Lim C.H., Lee H.C.* Platform Airship's Robust Stabilization in Stochastic Atmosphere// Proceedings of the KSAS Fall Annual Meeting.- Sejong Univ., Seoul.- 2001.-P.293-299.
2. *Tunik A. A. , Ahn I. K. , Yeom C. H. .* Robust Optimization of Control Law of Flight in Stochastically Disturbed Atmosphere//Proceedings of Millennium Conference on Air and Space Sciences, Technology and Industries.- Hankook Aviation University.-Apr. 28, 2000.-Seoul, Korea.-P. 122 – 133.
3. *Ahn I. K. , Ryu H., Larin V., Tunik A.* Integrated Navigation, Guidance and Control Systems for Small Unmanned Aerial Vehicles //Proceedings of the World Congress Aviation in the XXI-st Century.- Kyiv.-2003.-P. 5.15-5.25
4. *Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления/* Азарсков В.Н., Блохин Л.Н., Житецкий Л.С., КуССуль Н.Н.- К.: НАУ.-2004.- 499 с
5. *Tunik A. A. , Kim J. C, Yoo C. S. .* The Parameter Optimization of Aircraft's Control Law from the Viewpoint of Some Airworthiness Requirements//Proceeding of the 12 Korea Automatic Control Conference „97 KACC”.- ICASE Publ. Seoul.- 1997.-P.1651-1654
6. *Харитонов В.Л.* Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений//Дифференциальные уравнения.- Т. 14.- №11.-С.2086-2088
7. *Туник А.А., Абрамович Е.А.* Определение динамической обратной связи методом модального управления//Проблеми інформатизації та управління.- 2004.-№11.-С.225-228
8. *Tunik A.A., Ahn I.K, Ryu H., Lim C.H., Lee H.C.* Platform Airship's Robust Stabilization in Stochastic Atmosphere// Proceedings of the KSAS Fall Annual Meeting.- Sejong Univ., Seoul.- 2001.-P.293-299
9. *Ларин В.Б.* Стабилизация системы обратной связью по выходной переменной// Проблеми управління і інформатики.- 2004.-№2.-С.19-31.

10. *Zames G.* Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms and approximate inverses// IEEE Trans. on Automatic Control.- 1981.-Apr.- V. AC-26 .-P. 301-320.
11. *Брусин В.А.* Метод синтеза робастных регуляторов пониженной размерности// Автоматика и телемеханика.- 2000.- №10.-С.117-124
12. *Туник А.А., Абрамович Е.А.* Оценка влияний неструктурированных параметрических возмущений на робастность и качество замкнутых цифровых систем управления//Матеріали 11-ої міжнародної конференції з управління „Автоматика-2004”.- К.: Національний університет харчових технологій, 2004.-Т. 1.-С.41.
13. *Кунцевич В.М.* Синтез робастно-оптимальных адаптивных систем управления нестационарными объектами при ограниченных возмущениях//Проблеми управління і інформатики.- 2004.- №2.-С.5-18.
14. *Schoemig E, Sznaier M.* Mixed  $H_2/H_\infty$  Control of Multimodel Plants//Journal of Guidance, Control and Dynamics.-№. 3.-May – June.-1995.-P. 525 – 531
15. *Туник А.А., Ищенко А.М.* Повышение эффективности обнаружения и распознавания обработанной постеляющей поверхности//Труды второй Научно-технической конференции ”Методы управления системой эффективности функционирования электрофицированных и ПНК.- К.:КПЦА, 1993. –С.54
16. *Safonov M.G., Chen B.S.* Multivariable stability margin optimization with decoupling and output regulation// IEE Proc. D: Control theory and Applications.- 1982-. Nov. -P.276-282.
17. *Doyle J.C., Francis B.A., Glover K., Khargonekar P.P.* State-space solution to standart  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems//IEEE Trans. on Automatic Control. - 1989.- V. AC-34.- №8.-P. 831-847
18. *Якубович В.А.* Факторизация симметричных матричных многочленов//Доклад АН СССР. -1970.- т.194. -№3. -С.532-535.



19. *Барабанов А.Е.* Оптимальное управление линейным дискретным динамическим объектом с усредненным функционалом качества//Доклад АН СССР.-1990.- т.312.- №5. -С.1053-1057.
20. *Skogestad S. , Postlethwaite I. .* Multivariable Feedback Control. Analysis and Design.-John Wiley & Sons.- 1997.- 559 p.
21. *Scherer C., Gahinet P., Chilali M.* Multiobjective Output-Feedback Control via LMI Optimization//IEEE Transaction on Automatic Control.-vol.42.-№7.- 1997.-P.896-911.
22. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory.*- Boyd S., Chaoui L.El., Peron E. Balakrishnan V. -Philadelphia, PA:SIAM.-1994.-193p.
23. *Anderson B. D. , Moore J. B.* Optimal Control Linear Quadratic Methods. - Prentice Hall International Inc.- 1989.- 380 p
24. *Э.Джури.* Импульсные системы автоматического регулирования.- М.:ГИФМЛ, 1963.- 455 с
25. *Ackermann J.* Parameter Space Design of Robust Control Systems//IEEE Trans. on Automatic Control.-1980.-Dec.-Vol. AC-25.- №6.-P. 1058 – 1072